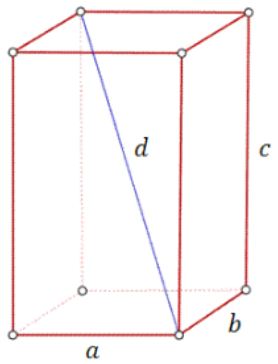
Prostopadłościan

Prostopadłościan - to graniastosłup, którego każda ściana jest prostokątem, a dowolne dwie ściany są równoległe, albo prostopadłe.



Wzór na pole powierzchni prostopadłościanu:

$$P_c = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$$

Wzór na objętość prostopadłościanu:

$$V = abc$$

Wzór na długość przekątnej prostopadłościanu:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

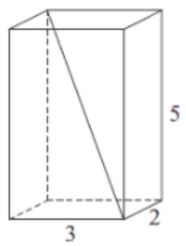
Zadanie 1.

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach $5 \times 3 \times 4$ jest równe

A. 94 **B.** 60 **C.** 47 **D.** 20

Zadanie 2.

Przekątna prostopadłościanu o wymiarach $2 \times 3 \times 5$ ma długość



A. $\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{29}$ **C.** $\sqrt{34}$ **D.** $\sqrt{38}$

Zadanie 3.

Przekątna prostopadłościanu o wymiarach $3 \times 4 \times 5$ ma długość

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{15}$

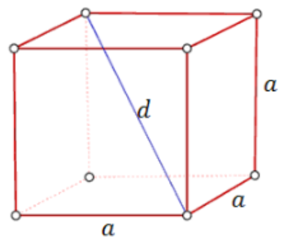
Zadanie 4.

Dany jest prostopadłościan o bokach długości 1 cm, 2 cm i 3 cm. Przekątna tego prostopadłościanu ma długość

A. 4 cm **B.** $2\sqrt{4}$ cm **C.** $\sqrt{13}$ cm **D.** $\sqrt{14}$ cm

Sześcian

Sześcian jest szczególnym przypadkiem prostopadłościanu, w którym wszystkie ściany są w kształcie identycznych kwadratów.



Wzór na pole powierzchni sześcianu:

$$P_c = 6a^2$$

Wzór na objętość sześcianu:

$$V = a^3$$

Długość przekątnej sześcianu:

$$d = a\sqrt{3}$$

Promień kuli wpisanej w sześcian:

$$r = \frac{1}{2}a$$

Promień kuli opisanej na sześcianie:

$$R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$$

Zadanie 1.

Objętość sześcianu jest równa 27 cm^3. Jaka jest suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu?

A. 18 cm **B.** 36 cm **C.** 24 cm **D.** 12 cm

Zadanie 2.

Objętość sześcianu, w którym przekątna ściany bocznej ma długość $\frac{\sqrt{2}}{4}$, jest równa

A. $\frac{1}{64}$ **B.** $\frac{1}{16}$ **C.** 16 **D.** 64

Zadanie 3.

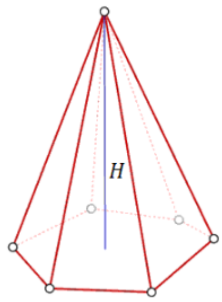
Suma długości krawędzi sześcianu wynosi 24 cm. Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe:

A. 32 cm^2 **B.** 24 cm^2 **C.** 16 cm^2 **D.** 8 cm^2

Definicja ostrosłupa

Ostrosłupem nazywamy taki wielościan, który ma jedną podstawę, a wszystkie ściany boczne zbiegają się w jednym punkcie zwanym wierzchołkiem.

Ostrosłup może mieć w podstawie dowolny wielokąt. Mówimy, że ostrosłup jest **prawidłowy** jeżeli ma w podstawie wielokąt foremny.



Wzór na pole powierzchni ostrosłupa:

$$P_c = P_p + P_b$$

gdzie:

P_p - pole podstawy ostrosłupa

P_b - suma pól ścian bocznych ostrosłupa

Wzór na objętość ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

gdzie:

P_p - pole podstawy ostrosłupa

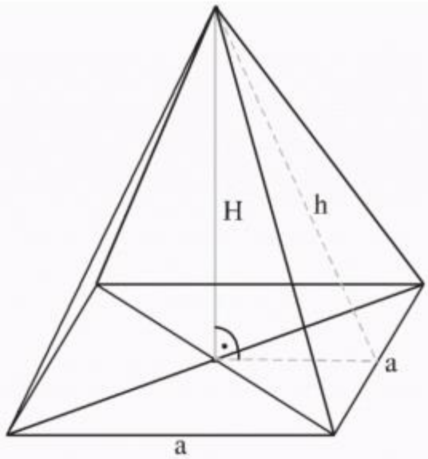
H - wysokość ostrosłupa

Zadanie 1

Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy długości *a* = 6 cm, wysokości ostrosłupa H = 4 cm i wysokości ściany bocznej h = 5 cm.

Rozwiązanie:

Dane:
$a = 6$ cm
H = 4 cm
h = 5 cm



Szukane:
$V = ?$
$P_c = ?$

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} P_p \cdot H}$$

objętość ostrosłupa

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H$$

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4$$

$$V = \frac{1}{\cancel{3}_1} \cdot \cancel{36}^{12} \cdot 4$$

$$\boldsymbol{V = 48\ cm^3}$$

$$\boldsymbol{P_c = P_p + P_b}$$

$$P_b = 4 \cdot P_\Delta$$

Pole powierzchni bocznej jest sumą pól 4 ścian bocznych, które są jednakowymi trójkątami.

$$P_b = \cancel{4}^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot a \cdot h$$

$$P_b = 2 \cdot 6\ cm \cdot 5\ cm$$

$$P_b = 60\ cm^2$$

$$P_c = a^2 + P_b$$

$$P_c = 6^2 + 60$$

$$P_c = 36 + 60$$

$$P_c = 96\ cm^2$$

Odp.: Objętość ostrosłupa wynosi 48 cm^3, a pole powierzchni 96 cm^2.

Zadanie 2

Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy *a* = 4 cm i wysokości H = 6 cm.

Rozwiązanie:

Dane:

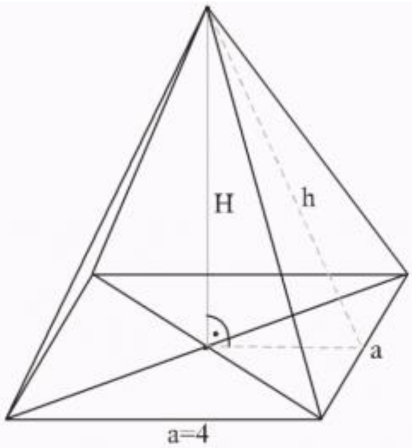
$a = 4$ cm

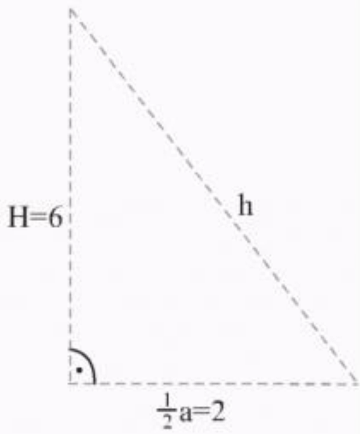
H = 6 cm

Szukane:

$P_c = ?$

$V = ?$





$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6$$

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat.

$\boldsymbol{V = 32\ cm^3}$

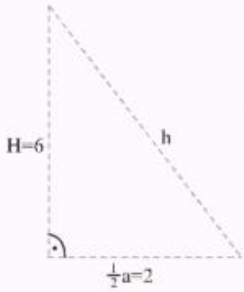
$P_c = P_p + P_b$

$P_b = 4 \cdot P_\Delta$

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

h obliczymy z twierdzenia Piatgorasa.

$H^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = h^2$



$6^2 + 2^2 = h^2$

$36 + 4 = h^2$

$40 = h^2$

$h = \sqrt{40}$

$h = \sqrt{4 \cdot 10}$

$\mathbf{h = 2\sqrt{10}\ cm}$

wysokość ściany bocznej

$P_b = \cancel{4}^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} ah$

Obliczam pole powierzchni bocznej.

$P_b = 2 \cdot 4\ cm \cdot 2\sqrt{10}\ cm$

$\boldsymbol{P_b = 16\sqrt{10}\ cm^2}$

$P_c = P_p + P_b$

$P_c = a^2 + P_b$

$P_c = 4^2 + 16\sqrt{10}$

$P_c = 16 + 16\sqrt{10}$

$\boldsymbol{P_c = 16(1 + \sqrt{10})\ [cm^2]}$

Odp.: Objętość ostrosłupa wynosi 32 cm^3, a jego pole powierzchni $16(1 + \sqrt{10})\ cm^2$.